

Aufgabe 18 (30 min)

Betrachten Sie die folgende Matrix:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die *Cholesky-Zerlegung* (siehe S. 128/129 des Skripts) der Matrix \mathbf{M} .
- (b) Worin unterscheidet sich die Cholesky-Wurzel \mathbf{L} (untere Dreiecksmatrix) von der Wurzel $\mathbf{M}^{\frac{1}{2}}$, die sich aus der *Spektralzerlegung* ergeben würde.

Aufgabe 19 (15 min)

Betrachten Sie die folgende Matrix \mathbf{B} :

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Ist \mathbf{B} regulär?
- (b) Wie lauten die Eigenwerte von \mathbf{B} ?

Aufgabe 20 (15 min)

- (a) Was versteht man unter der sogenannten *Vollrangzerlegung*?
Hinweis: Schauen Sie sich dazu die Kapitel 1.4 und 3.4 des Matrixalgebra-Skriptes an.
- (b) Worin besteht der Unterschied zur *Cholesky-Zerlegung*? Welche der beiden ist allgemeiner?

Aufgabe 21 (Zusatzaufgabe)

Bestimmen Sie die Cholesky-Wurzel (untere Dreiecksmatrix) für die folgende Matrix:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2.25 & 3 & 1.5 \\ 3 & 4.25 & 2.75 \\ 1.5 & 2.75 & 12.25 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 22 (Zusatzaufgabe)

Bringen Sie die \mathbf{A} in Diagonalform und bestimmen Sie die Matrizen \mathbf{P} und \mathbf{Q} der *Vollrangzerlegung*:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$