

Intervallschätzung

zugehörige Seiten in Fahrmeir et al. (2007): Kap. 9.4 - 9.5

Aufgabe 67

Eine Maschine produziert Fahrradschläuche. Man weiß aus Erfahrung, dass der Durchmesser der produzierten Fahrradschläuche vom Zufall abhängt und normalverteilt mit den Parametern μ und $\sigma^2 = 9\text{cm}^2$ ist. Eine Stichprobe von 25 zufällig ausgewählten Fahrradschläuchen lieferte einen mittleren Durchmesser von 41 cm.

- Geben Sie explizit das Konfidenzintervall für μ zum Niveau $1 - \alpha$ an.
- Bestimmen Sie das Schätzintervall für $\alpha = 0.1$.
- Was kann man über die Wahrscheinlichkeit aussagen, mit der das unter b) ermittelte Intervall den unbekannten Parameter μ enthält? Begründung!
- Wie groß muss man den Stichprobenumfang mindestens wählen, damit das Schätzintervall aus b) maximal 1 cm breit wird?

Aufgabe 68

Eine Firma verschickt Tee in Holzkisten mit jeweils 10 Teepackungen. Das Gewicht der einzelnen Teepackungen sei normalverteilt mit $\mu = 6$ kg und $\sigma = 0.06$ kg. Das Gewicht der leeren Holzkiste sei normalverteilt mit $\mu = 5$ kg und $\sigma = 0.05$ kg.

- Geben Sie unter der Unabhängigkeitsannahme für die einzelnen Lieferbestandteile ein symmetrisch zum Erwartungswert liegendes Intervall an, in dem in 95% der Fälle das Bruttogewicht der versandfertigen Holzkiste liegt.
- Ein Kunde obiger Teefirma prüft im Rahmen der Wareneingangskontrolle, ob die Teepackungen wirklich den genannten Sollwert von 6 kg einhalten. Dazu wird einer Lieferung eine Stichprobe vom Umfang $n = 16$ Teepackungen entnommen. Dabei ergab sich für das arithmetische Mittel 5.95 kg. Berechnen Sie ein 95%-Konfidenzintervall für das durchschnittliche Gewicht der einzelnen Teepackungen in der Lieferung und interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 69

Von den 53 Studienanfängern des Wintersemesters 2001 im Studiengangs Statistik der LMU München kamen 42 aus Bayern und 4 aus Sachsen.

- Berechnen Sie jeweils ein Konfidenzintervall zum Sicherheitsgrad 0.95 für den Anteil der Studienanfänger aus Bayern bzw. Sachsen. Warum sind die Breiten unterschiedlich?
- Wie groß hätte der Stichprobenumfang jeweils sein müssen, damit der geschätzte Anteil der Studienanfänger aus Bayern bzw. Sachsen mit 95 % Sicherheitswahrscheinlichkeit um weniger als 3 Prozentpunkte vom wahren Wert abweicht? Dabei können Sie zunächst davon ausgehen, dass die Schätzwerte $\hat{\pi}$ aus (a) bekannt sind.
- Wie groß hätte der Stichprobenumfang sein müssen, wenn Sie die in (b) geforderte Genauigkeit bei der Schätzung der unbekannten Anteile erreichen wollen, allerdings nicht mehr davon ausgehen können, dass die Schätzwerte $\hat{\pi}$ bekannt sind?

Aufgabe 70

Tinas tägliche Ausgaben für Kaffee und Kuchen sind normalverteilt mit unbekannten Parametern μ und σ^2 . Aus den 20 Quittungen der letzten 20 Tage hat Tina einen Mittelwert von 5.50 Euro und eine Stichprobenvarianz von 0.25 errechnet. Geben Sie ein 95%-Konfidenzintervall für σ^2 an.

Aufgabe 71

Seien X_1, \dots, X_n unabhängig identisch gleichverteilt auf $[0, \vartheta]$. Gesucht ist ein approximatives Konfidenzintervall der Form $[G_u, \infty)$ für die obere Intervallgrenze ϑ zum Niveau $1 - \alpha$.