

Aufgabe 1

Gegeben seien die folgenden Funktionen:

$$f(x) = \frac{\frac{1}{3}x^4 + 2x^3 - 12x^2 - 43x + 6}{(x+3)}, \quad g(x) = \frac{\frac{1}{3}x^4 + 2x^3 - 12x^2 - 43x + 6}{\exp(x^2)}$$

- (i) Untersuchen Sie die Funktion $f(x)$ auf Stetigkeit auf \mathbb{R} und bestimmen Sie lokale Extrema und Wendepunkte. Erstellen Sie ein Variationsdiagramm für den Verlauf der Funktion.
- (ii) Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktion $g(x)$. Wie viele Extrema hat $g(x)$ maximal?

Aufgabe 2

Bestimmen Sie jeweils den Gradienten und die Hessematrix der folgenden Funktionen:

$$f(x, y) = x^3 + \sin(y), \quad g(x, y) = x^3 \cos(y).$$

Aufgabe 3

Betrachten Sie das Skalarprodukt von zwei Vektoren \mathbf{x} und \mathbf{y} als Funktion auf $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$.

- (i) Bestimmen Sie allgemein den Gradienten dieser Funktion.
- (ii) Untersuchen Sie am Beispiel $n = 1$, ob diese Funktion ein lokales Minimum oder Maximum besitzt.

Aufgabe 4

Sei f eine reellwertige Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto z = f(x, y) = 3 \cos(x) \exp(y) - y^3 + x.$$

- (i) Bestimmen Sie zunächst den Gradienten und anschließend das totale Differential an der Stelle $(\pi, 0)$.

- (ii) Wie groß ist die abgeschätzte Veränderung von z , wenn x und y jeweils um $+0.01$ vom Punkt $(\pi, 0)$ abweichen?