

11 Spezielle Testprobleme

zugehörige Seiten in Fahrmeir et al. (2007): Kap. 11.1

Aufgabe 78* (16 Punkte)

Die Stadt München möchte überprüfen, ob sich die mittlere Quadratmetermiete für Wohnungen unter $50m^2$ von dem aus einer anderen Stadt bekannten Mittelwert von 15 Euro pro m^2 unterscheidet. Eine Teilstichprobe von $n = 11$ ergab:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
26.43	13.92	19.84	28.07	16.07	20.33	23.86	26.15	27.27	10.10	23.26

Für alle folgenden Fragestellungen wird ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ vorgegeben.

- (a) Lösen Sie das obige Testproblem unter der Annahme der Normalverteilung des Merkmals „Nettomiete/ m^2 “ mit einer geeigneten Teststatistik.
- (b) Die Datenmitte werde nun durch den Median beschrieben. Lösen Sie das obige Testproblem mit Hilfe des Vorzeichen-Tests und des Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Tests.
- (c) Berechnen Sie für den Test aus (a) und den Vorzeichen-Test den jeweiligen p -Wert.
- (d) Führen Sie den Test von Aufgabe (a) und den Vorzeichen-Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durch.

Aufgabe 79

Mendel erhielt bei einem seiner Kreuzungsversuche an Erbsenpflanzen folgende Werte: 315 runde gelbe Erbsen, 108 runde grüne Erbsen, 101 kantige gelbe Erbsen, 32 kantige grüne Erbsen.

Spricht dies für oder gegen die Theorie, dass das Verhältnis der vier Zahlen 9:3:3:1 sein müsste? Formulieren Sie diese Fragestellung als statistisches Testproblem und führen Sie den zugehörigen Test mit einer geeigneten Prüfgröße zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durch.

Aufgabe 80

Für den Tagesabsatz an Normalbenzin einer Selbstbedienungstankstelle an 240 Werktagen ergab sich folgende Tabelle:

Tagesabsatz (in 1000 Litern)	Anzahl der Werktage
bis 7	32
bis 8	120
bis 9	211
bis 10	240

Testen Sie die Hypothese, dass der Tagesabsatz an Normalbenzin die Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}, & \text{für } 6 \leq x \leq 8, \\ -\frac{1}{4}x + \frac{5}{2}, & \text{für } 8 \leq x \leq 10, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

besitze zum Niveau $\alpha = 0.05$.

Aufgabe 81

Für 400 zufällig ausgewählte Oldtimer eines bestimmten Typs (alle mit Zulassung am 1.6.1966) wurde die Lebensdauer in Kilometern erhoben. Es ergab sich dabei die folgende Tabelle, in der für verschiedene Lebensdauerklassen jeweils die Anzahl von Fahrzeugen angegeben ist, die die entsprechende Klasse "überlebt" haben.

Lebensdauer (in 1000 km)	> 0	> 40	> 60	> 80	> 100	> 120	> 160
Anzahl der "Überlebenden"	400	390	340	190	70	10	0

Man prüfe zum Niveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, die Lebensdauer dieses Oldtimertyps sei normalverteilt.

Aufgabe 82

Die Anforderung bei der Six Sigma Qualität ist, dass die Abweichung einer Produktionslinie von einer Zielgröße μ_0 in bestimmten Grenzen (obere Grenze: USL, untere Grenze: LSL) liegen muss. Um zu überprüfen, ob die Anforderungen der Six Sigma Qualität erfüllt sind, kann zum Beispiel

$$H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$$

getestet werden (einseitiger Varianz-Test) mit

$$\sigma_0^2 := \frac{1}{6} \min\{USL - \mu_0, \mu_0 - LSL\}.$$

Ein Werkstück soll laut Norm eine Länge von $\mu_0 = 10[cm]$ besitzen. Als obere und untere Toleranzschränken sind $USL = 12[cm]$ und $LSL = 8.5[cm]$ vorgegeben. Die Überprüfung der Länge X (in cm) von $n = 15$ Werkstücken ergab folgende Größen

$$\sum_{i=1}^n x_i = 148.5 \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1475.75.$$

- (a) Überlegen Sie sich eine geeignete Teststatistik (inkl. ihrer Verteilung) und geben Sie den Ablehnungsbereich an.
- (b) Führen Sie den Test für obige Aufgabenstellung zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durch.